



* 이 용 팀장
- 나이스채권평가
리서치팀

이자율과 이표와의
관계가 서로 독립
적이지 못한 경우
에는 일반적인 수
정 듀레이션 개념
은 적용하기 어렵
다

Structured Products의 Duration에 대하여

1. 서론

- A. 정해진 만기 안에 고정금리 이자를 지급하는 채권의 가격 변화율은 이자율 변동에 대한 민감도 개념인 듀레이션(duration)을 사용함으로써 접근할 수 있다.¹ 즉 매 이자지급 시점에서 지급될 이표가 고정된 채권은 시장에서의 수익률의 변동분과 듀레이션의 곱으로써 가격변화율을 접근할 수 있다.
- B. 이러한 듀레이션의 개념을 가격변화에 대한 대안으로 사용하기 위해 먼저 듀레이션을 정의하는 기본적인 가정에 대한 이해가 필요하다. 듀레이션의 산출에는 이자율 곡선의 평행이동(parallel shift), 채권의 현금흐름과 이자율의 움직임은 서로 독립적(independent)하여야 하며, 마지막으로 듀레이션은 이자율은 작은 움직임에 대하여만 유효한 값을 제공한다는 것이다.²
- C. 따라서 듀레이션 산출에서 두번째 가정이었던 이자율과 이표와의 관계가 서로 독립적이지 못한 경우에는 우리가 일반적으로 사용하는 수정 듀레이션 개념은 적용하기 어렵게 된다. 즉 미래의 지급이자 시장인덱스에 연동되는 변동금리부 채권, 채권이지만 주식으로 전환될 수 있는 주식관련 사채, 2개 이상의 시장인덱스에 이표가 연동된 구조채권의 경우에는 수정 듀레이션의 적용은 불가능하며 새로운 이자율 민

$$P = \sum_{i=1}^n \left(\frac{cf}{(1 + ytm/4)^i} \right) + \left(\frac{1}{(1 + ytm/4)^n} \right)$$

$$D \approx -\frac{\partial P}{\partial r} \cdot \frac{(1+r)}{P}$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D \cdot \Delta r \dots\dots(1)$$

$$\frac{\Delta P}{P} \approx -D \cdot \Delta r + .5 * C \cdot (\Delta r)^2 \dots\dots(2)$$

감도 개념에 대한 접근이 필요함을 시사한다.

- D. 다음 장에서는 변동금리부 채권 및 구조 채권의 이자율 민감도를 측정하는 수단으로서 effective duration, composite duration의 개념, 적용 방법 및 실례를 사용하여 분석을 실시하였다.

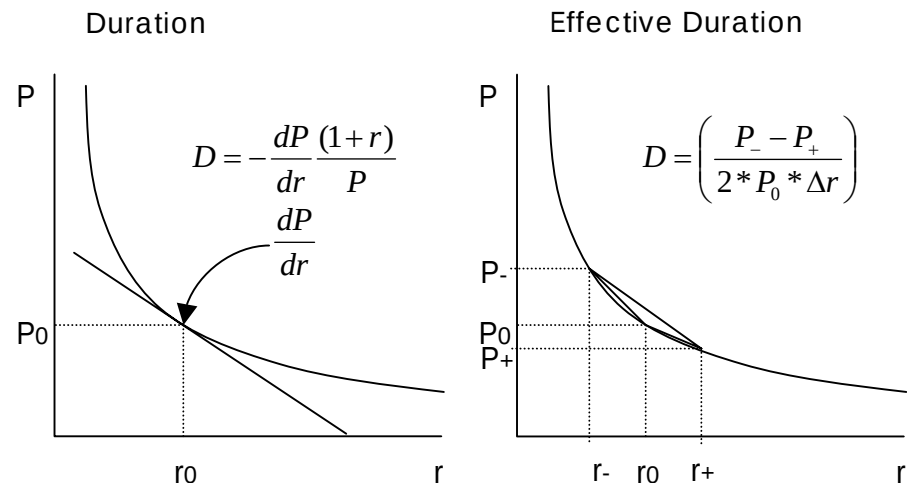
¹ 여기에서는 가중평균 잔존만기 개념인 맥컬리 듀레이션(Maculay duration)이 아닌 이자율에 대한 민감도 개념인 수정 듀레이션(Modified duration)으로 본다.

² 이자율의 큰 움직임에 대한 보완적 방법으로서 컨벡시티(convexity)가 활용될 수 있으나 마찬가지로 이자율의 평행이동 및 채권의 이표와 이자율간의 독립적인 관계에 대한 가정은 동일한 것으로 본다.

2. 이자율 민감도의 측정

A. Effective duration

Effective duration은 이자율의 변화에 대한 두 지점을 상정하고 각 지점에서의 가격을 바탕으로 현재 수준에서 이자율 변동에 대한 가격변화율을 산정하며 다음과 같이 표현될 수 있다.³



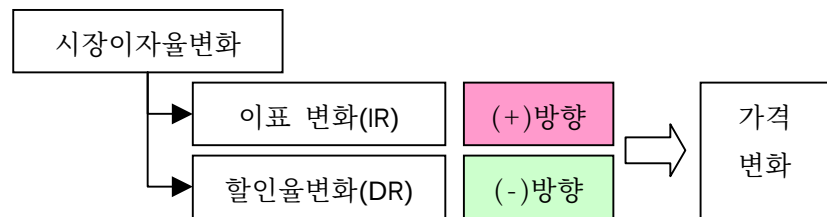
effective duration은 수정 듀레이션의 단점인 이자율과 이표의 독립적인 가정을 극복할 수 있으나, 가격 결정 모형에 따라 다른 값을 나타낼 수 있다

수정 듀레이션은 현재 시점에서 채권 가격을 미분(differential)을 한 경우로 볼 수 있어 수정 듀레이션은 채권가격 함수의 한 점에서 다른 점으로 접근 한 경우로 볼 수 있고, effective duration은 서로 다른 2 점에서의 시뮬레이션 결과로 해석 할 수 있다. 따라서 effective duration은 수정 듀레이션의 단점인 이자율과 이표의 독립적인 가정을 극복 할 수 있으나 가격 결정 모형에 따라 다른 값을 나타낼 수 있다.

B. composite duration

변동금리 채권 및 구조채권의 현금흐름은 시장 이자율의 변화와 밀접한 관련을 갖고 있기 때문에 시장 이자율의 변화는 고정금리 채권과 동일하게 할인율 측면에서는 영향을 미치지 않지만, 이표의 현금흐름 역시 변화시켜 가격의 변화율을 결정하게 된다. 이를 살펴보면 다음과 같다.

³ 고정금리채권의 경우 modified duration 과 effective duration은 값은 동일하며, effective duration은 가격에 근거를 두고 있으므로 가격 결정 모형에 의하여 영향을 받을 수 있다.



Composite duration에서는 이표의 듀레이션(IR)과 할인율의 듀레이션(DR)⁴의 함수로 설명 될 수 있으며 Net duration은 IR과 DR의 합으로 설명될 수 있다.

Composite duration
~ $f(IR, DR)$

Composite duration ~ $f(IR, DR)$

3. Structured Products에의 적용

A. 적용방법

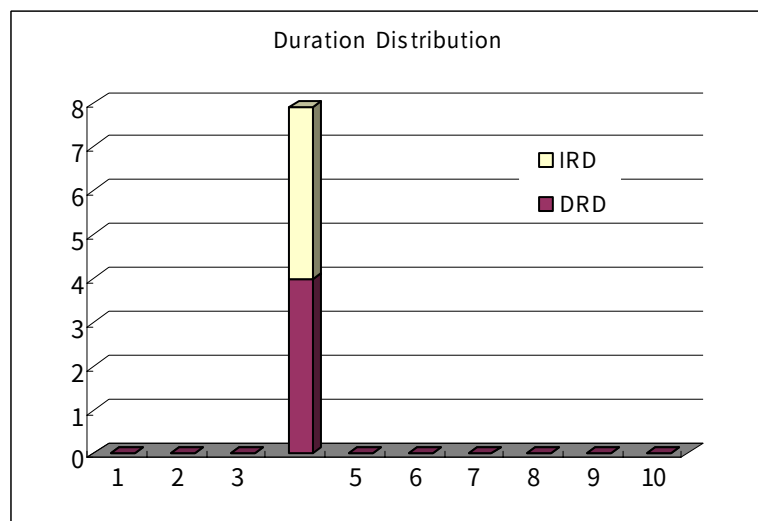
- i. 듀레이션은 지급이표와 관련된 듀레이션(index rate duration : IRD)과 할인율과 관련된 듀레이션(Discount rate duration : DRD)으로 구분하며 yield curve가 parallel shift할 경우 2개의 듀레이션의 순(Net) 값(IRD+DRD)을 구조 채권의 듀레이션으로 산출 할 수 있다.
- ii. 할인 듀레이션의 기준은 동일 잔존만기 국고채권의 듀레이션으로 대용(proxy)하며 이표의 듀레이션은 포지션과 장단기 여부에 따라 단기 인덱스 금리는 할인 듀레이션과 동일한 국고채 듀레이션으로 approximation하고⁵, 장기 인덱스 듀레이션은 장기 인덱스 금리의 내재선도금리(implied forward rate)의 이자율 민감도를 산정하여 산출한다.
- iii. 할인 듀레이션과 이표 듀레이션을 산출하면 채권에 내재된 위험을 yield curve의 변화에 따라 방향성 및 크기(magnitude)를 산정할 수 있다. 또한 시간의 변화에 따라 듀레이션을 재 측정함으로써 동 채권의 위험노출이 어떻게 변화되었는지를 파악할 수 있다.
- iv. 다음은 개별 구조 채권별로 위험의 노출이 어떠한지를 composite duration을 통해 살펴본다.

⁴ 할인율의 듀레이션이 일반 고정금리 채권의 duration과 동일하다.

⁵ 매 이표 지급시기마다 결정되는 단기 금리가 일정하고, 동일한 크기로 이동한다는 가정에 바탕을 두고 사용하였음.

B. Inverse floater(잔존만기 4.6년, AAA발행자)

고정금리-CD로 이표가 지급되는 동 채권(예:11.2%-CD)⁶은 일반적으로 금리 상승기에 가격에 하락한다. 동일 잔존만기 및 유사 이표를 지닌 고정금리 이표채권의 듀레이션이 4 미만인 점을 고려할 때 Inverse floater의 듀레이션은 8에 가까운 수치를 보이며 단기 이자율의 상승 및 하락에 대한 높은 위험도가 내재된 채권임을 보여 주고 있다. 즉 할인 듀레이션과 이표 듀레이션이 동일한 방향으로 움직이기 때문임을 그림에서 파악 할 수 있다.

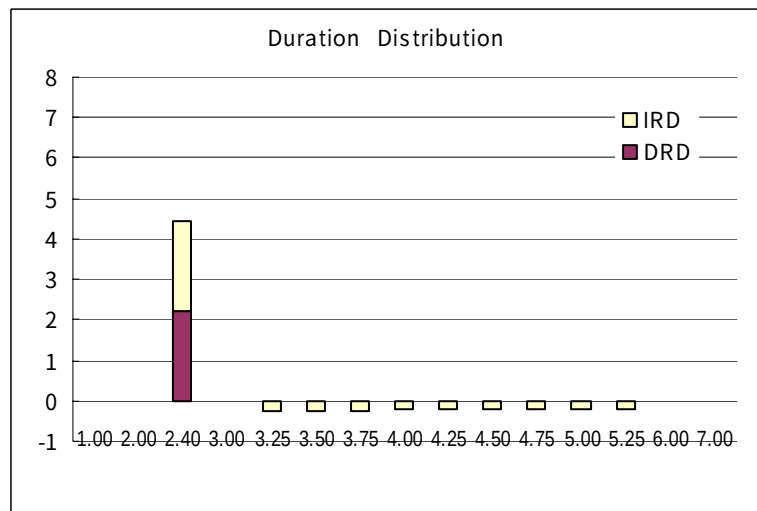


C. CMT-CD differential Floater (국고3년-CD)+a

국고3년-CD+가산금리 이표 / AA 발행자 / 잔존만기 2.4년의 발행자가 노출되어 있는 위험은 아래의 그림과 같다. 발행자는 단기 금리 상승시 잔존만기의 2배정도의 위험에 노출되어 있으며 장단기 금리가 동일하게 parallel shift할 경우 2.4정도의 듀레이션에 노출되어 있음을 알 수 있다. 따라서 향후 단기 금리가 상승하고 장기금리가 덜 상승하는 수익률 곡선의 완만화가 진행될 경우 동 채권의 위험노출이 가장 크게 되며 단기 금리가 하락하고 장기 금리가 상승할 경우 이자율 변동에 대한 위험이 작아질 수 있음을 알 수 있다.

수익률 곡선의 완만화가 진행될 경우 동 채권의 위험노출이 가장 크다.

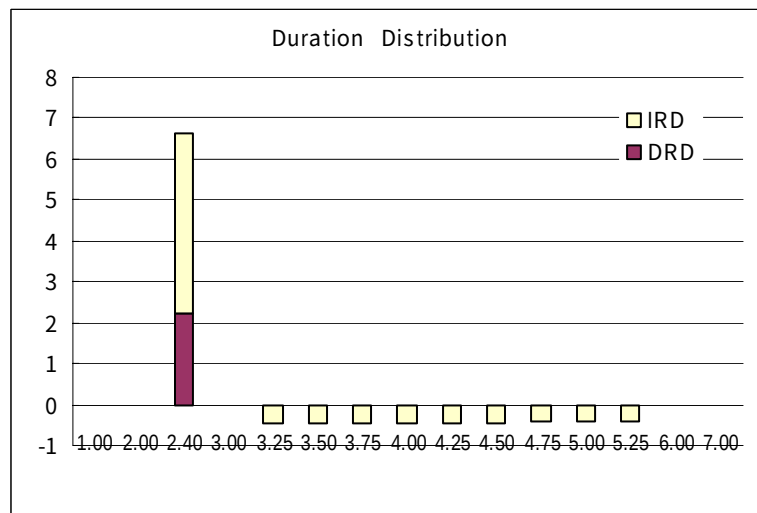
⁶ 11.2%-CD인 채권은 동일잔존만기 스왑레이트가 6%라고 가정할 때, 5.2% 고정금리 채권 + (스왑레이트-CD)스왑으로 분해 가능하며 5.2%채권의 듀레이션과 고정금리 수취 듀레이션의 합으로도 계산 될 수 있다.



D. Levered CMT - CD differential Floater (국고3년 - CD)*2 + a

승수(multiplier)가 존재하는 채권은 승수가 낮거나 없는 채권에 비해 더 높은 위험을 내포

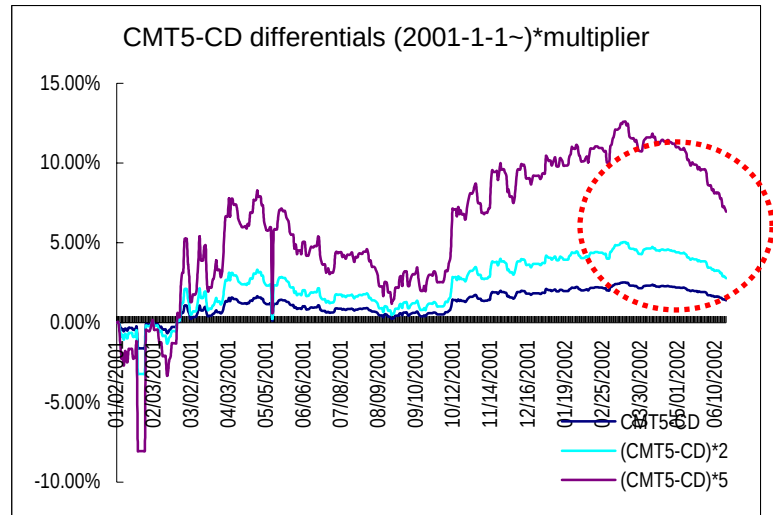
{국고3년 - CD}*2 + 가산금리 이표 / AA 발행자 / 잔존만기 2.4년의 발행자가 장단기 금리의 움직임에 노출된 위험의 정도는 금리간 스프레드에 승수가 없을 때 보다 훨씬 큼을 보여 주고 있다. 동일한 수익률 곡선의 이동 하에서 승수(multiplier)가 존재하는 채권은 승수가 낮은 또는 없는 채권에 비해 더 높은 위험을 내포하고 있다고 볼 수 있다.⁷ 또한 이자율의 parallel shift 가정 하에서 본 net duration도 승수가 2일 경우 2.57, 5일 경우 3.11로 승수가 높아질수록 이자율 이자율 민감도가 증가함을 볼 수 있다.



⁷ 수익률 곡선의 완만화가 진행될 경우 승수가 높은 채권이 수록 더 높은 이자율 위험에 노출되어 있음을 추론할 수 있으며 이는 시장에서 승수가 가미되어 발행된 채권이 일반채권에 비해 훨씬 더 높은 이자율 변동위험에 노출 되어 있다고 볼 수 있다.

E. Historical 분석

{CMT-CD}*승수로 이표가 지급되는 채권에 내재되어 있는 위험을 파악하기 위하여 과거 자료로부터 {CMT-CD}*승수의 자료를 분석한 결과 동일한 이자율 변동에 대하여 더 높은 위험이 존재함을 알 수 있다.



4. 시사점

yield curve의 움직임에 따라 고정금리 채권대비 높은 변동성을 지님

시장 변동성이 확대될수록 위험노출 정도가 커짐

위험의 정확한 이해와 다양한 헷지 수단의 고려 필요

- A. 현재 시장에서 발행되고 있는 구조채권의 이자율 민감도는 만기가 짧다고 해서 이자율 민감도 낮아지는 것은 아니며, 이표지급 공식에 내재되어 있는 위험에 따라 이자율 민감도는 확대될 수 있음을 알 수 있다. 높은 승수(1.5, 2, 5)를 지닌 differential floater(dual index floater)는 yield curve의 움직임에 따라 고정금리 채권대비 높은 변동성을 지니며 시장의 변동성이 확대될수록 더욱더 위험에 노출되는 정도가 커짐을 알 수 있다.
- B. 투자자는 발행시점부터 구조채권에 내재된 위험에 대한 정확한 이해가 선행되어야 하며, 내재된 위험 대비 적절한 수익을 갖출 수 있는 다양한 헷지 수단을 함께 고려해야 할 것으로 생각된다.

5. 참고문헌

The Structured Note Market by Peng & Dattatreya

Options, futures, & other derivatives by J.C Hull

Structured products & hybrid securities by Das